

# **MATEMATIIKAN KIINNOSTAVUUDEN JA YMMÄRRYKSEN LISÄÄMINEN TOIMINNALLISUUDELLA**

Paananen Jani

Rajamäki Kirsi

Ammatillisen opettajankoulutuksen  
kehittämishanke  
Marraskuu 2012  
Ammatillinen opettajakorkeakoulu  
Tampereen ammattikorkeakoulu

**TAMPEREEN AMMATTIKORKEAKOULU**  
Tampere University of Applied Sciences

## TIIVISTELMÄ

Tampereen ammattikorkeakoulu  
Ammatillinen opettajakorkeakoulu

Paananen, Jani; Rajamäki, Kirsi  
Matematiikan kiinnostavuuden ja ymmärryksen lisääminen toiminnallisuudella

Opettajankoulutuksen kehittämishanke, 40 sivua  
Marraskuu 2012

---

Kehittämishankkeen aiheena oli matematiikan kiinnostavuuden ja ymmärryksen lisääminen toiminnallisuudella alkuopetuksen pienluokassa sekä ohjaavassa ja valmistavassa koulutuksessa.

Kehittämishanke on osa ammatillisia opettajaopintoja. Hankkeen tarkoituksena oli herättää lukijat pohtimaan vaihtoehtoisia opetustapoja ja sitä, kuinka meidän tulisi suhtautua opiskelijoihin, jotka kärsivät erilaisista oppimisvaikeuksista ja kokevat asioiden oppimisen vaikeana.

Erilaisista oppimisvaikeuksista kärsivien opiskelijoiden on monesti vaikea ymmärtää lukemaansa tai sisäistää, mitä asioilla tarkoitetaan. Matematiikka on perinteisesti oppiaine, jonka saattaa kokea vaikeaksi myös opiskelija, jolla ei ole oppimisvaikeuksia. Päivittäisessä työssämme joudumme jatkuvasti pohtimaan ja kehittämään erilaisia oppimistapoja: sellaisia opetusmenetelmiä, joilla edistetään opiskelijoiden motivaatiota, kärsivällisyyttä ja ymmärrystä.

Kehittämishanke koostui teoriaosasta, jossa käsiteltiin matematiikkaa, oppimista, matematiikan oppimisvaikeuksia ja toiminnallisuutta. Toiminnallisessa osiossa kerroimme työssämme käyttämistämme perinteisestä poikkeavista tavoista opettaa matematiikkaa.

Mielestämme jokaisen opetus- ja koulutustyötä työkseen tekevän henkilön tulisi kohdallaan miettiä, millä eri tavoin opetuksen voisi järjestää ja kuinka erilaiset oppijat tulisi huomioida.

## SISÄLLYS

1	JOHDANTO.....	4
2	MITÄ MATEMATIIKKA ON? .....	5
3	OPPIMINEN .....	8
4	MATEMATIIKAN OPPIMISVAIKEUDET .....	11
5	KIINNOSTAVUUDEN JA YMMÄRRYKSEN LISÄÄMINEN .....	15
	5.1 Toiminnallisuus ja matematiikan opetus.....	15
	5.2 Alkuopetuksen pienryhmä.....	18
	5.3 Matematiikka alkuopetuksessa .....	18
	5.3.1 Unkarilaisen matematiikan teoriaa alkuopetuksessa .....	20
	5.3.2 Käytännön esimerkkejä alkuopetuksen pienluokalla .....	23
	5.3.3 Matematiikan integrointi muihin oppiaineisiin .....	27
	5.4 Ohjaava ja valmistava koulutus.....	29
	5.5 Käytännön esimerkkejä ohjaavassa ja valmistavassa koulutuksessa ..	31
	5.5.1 Peruslaskutoimitukset tikanheiton avulla.....	31
	5.5.2 Tilavuuden laskeminen mopon korjaamisen yhteydessä .....	32
	5.5.3 Pinta-alojen laskeminen materiaalihankintoja suunniteltaessa ..	33
	5.5.4 Prosenttilasku puurakentamisen yhteydessä .....	34
6	JOHTOPÄÄTÖKSET .....	36
	LÄHTEET.....	38

## KUVIO- JA TAULUKKOLUETTELO

KUVIO 1. Abstraktion tie.....	22
KUVIO 2. Loogiset palat. ....	24
KUVIO 3. Monikäyttöiset A5-kokoiset kortit. ....	25
KUVIO 4. Taulukko.....	32
KUVIO 5. Sylinterin mittaaminen. ....	33
KUVIO 6. Lattiapinta-alan laskeminen.....	34
KUVIO 7. Roskakatos.....	35

## 1 JOHDANTO

Kehittämishankkeessa olemme tarkastelleet omaa työtämme peruskoulun pienluokalla ja ammatilliseen koulutukseen valmistavalla tekniikkastarttiluokalla matematiikan oppimisen kannalta. Aluksi avaamme keskeisimpiä käsitteitä ja teorioita; määrittelemme matematiikan käsitettä, oppimista ja matematiikan oppimisvaikeuksia.

Kehittämishankeen näkökulma on toiminnallisuus matematiikan opetuksessa ja oppimisessa. Kokeilimme omissa luokissamme erilaisia toiminnallisia menetelmiä matematiikan kiinnostavuuden ja ymmärryksen lisäämiseksi. Saatujen kokemusten perusteella, mielestämme jokaisen matematiikkaa opettavan henkilön tulisi miettiä oppijoille sopivaa tapaa oppia. Oppijan omaan kokemukseen ja toimintaan liitetty matematiikka näyttää selvästi helpottavan matematiikkaan yleisesti liitettyä vaikeutta ja kiinnostamattomuutta. Matematiikka on perinteisesti oppiaine, jonka saattaa kokea vaikeaksi myös oppija, jolla ei ole oppimisvaikeuksia.

Matematiikkaa on helppo opettaa integroimalla sitä arjen tekemiseen ja toimintaan. Tällöin matematiikka tuntuu kiinnostavammalta ja ymmärrys matematiikkaa kohtaa lisääntyy. Tärkeää on löytää matematiikan merkityksellisyys jokaisen arkisessa elämässä, matematiikkaa on kaikkialla ja sitä kannattaa opetella pärjätäkseen elämässä.

## 2 MITÄ MATEMATIIKKA ON?

Kysymys ”Mitä matematiikka on?” herättää erilaisia ajatuksia tästä tieteiden kuningattaresta, joka vaikuttaa voimakkaasti meidän jokaisen elämään. Toisaalta kysymykseen voidaan vastata myös monella eri tavalla monesta eri näkökulmasta.

Helsingin yliopiston professori Aatos Lahtisen mukaan ”Matematiikka on luovaa ajattelua tiettyjen sääntöjen puitteissa” (Lahtinen 2008).

Matematiikka on oppi suureista ja niiden keskinäisistä suhteista. Suure taas puolestaan selitetään matemaattisen tutkimuksen kohteiden yleisnimitykseksi. (Suomisanakirja 2008.) Kun nämä määritelmät yhdistetään, havaitaan, että matematiikka on oppi matemaattisen tutkimuksen kohteista ja niiden keskinäisistä suhteista. (Tossavainen & Sorvali 2007.)

Uusia matematiikan teorioita syntyy jatkuvasti, vaikka matematiikkaa on tutkittu jo tuhansia vuosia. Kysymys siitä, mitä matematiikka pohjimmiltaan on, on edelleen vailla tyhjentävää vastausta. Kuitenkin matematiikkaa tarvitaan yhteiskunnassa yhä enemmän. Tästä huolimatta matematiikan sovellukset jäävät helposti suurelta yleisöltä piiloon. Harva ihminen varmaan tulee ajatelleeksi, että esimerkiksi ilmastonmuutoksen mallintaminen, ruuan laittaminen, kännykällä soittaminen ja tiedon etsiminen internetistä olisi mahdotonta ilman tehokkaita matemaattisia laskentamenetelmiä. (Tuomela 2009.)

Joitakin näkökulmia oppimiseen sekä matematiikkaan löytää seuraavilta verkkosivuilta:

- [oppiminen.yle.fi](http://oppiminen.yle.fi)
- [www.uef.fi](http://www.uef.fi)
- [solmu.math.helsinki.fi](http://solmu.math.helsinki.fi)

Näiltä sivuilta voi huomata, että tyhjentävän vastauksen antaminen matematiikasta on mahdotonta. On selvää, että peruskoululaisen näkemys matematiikas-

ta on erilainen kuin yliopiston matematiikan professorin. Myös sinun vastauksesi luvun alun kysymykseen voi olla yksi näkökulma matematiikkaan. (Luukkonen 2011.)

Mitä matematiikka on?

”**A.** Nörttien hommaa ja kaavojen ulkoa opettelua?

*VÄÄRIN!*

**B.** Äkkinäinen saattaisi ajatella, että kohta **A.** pitäisi paikkansa. Tämä homma on kuitenkin kaikkea muuta kuin kuivaa! Matematiikka on

- ongelmanratkaisuväline
- luonnontutkimuksen apuvälineenä
- kiinnostava oma kielensä
- kaikkialla käytännön elämässä

*OIKEIN!”*

(Abi-info.)

Matematiikka Seinäjoen kaupungin peruskoulun opetussuunnitelmassa: ”Matematiikka ei ole pelkästään laskutaitoa. Sen oivallukset ja täsmällinen loogisuus tarjoavat ainutlaatuisen ajattelutavan ongelmanratkaisuun kaikissa tieteissä ja myös arkielämässä.” (Seppälä 2012.)

Koulun matematiikka tuleekin nähdä paljon laajempaan kuin vain laskutaitojen oppimisena. Sen tärkeä merkitys on oppijan henkiseen kasvuprosessiin vaikuttaminen, kun matematiikan omaksuminen liitetään oppijan ajattelun laajuuden ja johdonmukaisuuden lisäämiseen sekä maailmakuvan muodostamiseen. Samalla matematiikan opiskelu kasvattaa tavoitteelliseen toimintaan ja sosiaaliseen vuorovaikutukseen sekä ottamaan vastuuta omasta työskentelystä. (Haapasalo 1997, 248.)

Matematiikka nostattaa ihmisissä suuria tunteita – sitä ymmärretään, inhotaan, epäillään, pelätään, rakastetaan ja kritisoidaan, mutta sen tarpeellisuutta ei voi kukaan kiistää. Matematiikka on läsnä kaikessa ja kaikkialla, missä sitten oletkin: se vain täytyy huomata. Matematiikka kuuluu ihmiskunnan kulttuuriseen

perintöön, eikä sen merkitystä ihmisen ajattelun kehittäjänä voi sivuuttaa. Matematiikka on ihmisen ajattelun tuloksena syntynyt ja inhimillistä toimintaa.

### 3 OPPIMINEN

Ihmisen kasvu alkaa omista kokemuksista. Kokeminen, tekeminen, näkeminen, kuuleminen ja tunteminen tuottavat ymmärtävää oppimista.

Oppimista on kaikenlaista. Opimme ajamaan polkupyörää, pelkäämään vihaista koiraa, ratkaisemaan yhtälöitä, puhumaan vierasta kieltä ja niin edelleen. Yhteistä oppimisen eri muodoille on, että ne kytkeytyvät *toimintaan* ja palvelevat sitä. (Rauste-von Wright, von Wright & Soini 2003, 51.)

Elämän varhaisvaiheista asti tallennamme alati jäsentyvää ja rikastuvaa kuvaa siitä fyysisestä ja sosiaalisesta maailmasta, jossa elämme, ja itsestämme tämän maailman osana. Tätä tapahtumaketjua kutsumme oppimiseksi. (Rauste-von Wright, von Wright & Soini 2003, 50.)

Ihminen oppii uusia asioita ja omaksuu uutta tietoa päivittäin, kun hän on vuorovaikutuksessa ihmisten ja ympäristönsä kanssa. Oppimista tapahtuu myös ilman varsinaista opetusta, ja tämä koskee kaikkia ihmisiä. Osa oppimisesta edellyttää kuitenkin vaivannäköä, opiskelua. (Pruuki 2008, 8.)

Comeniuksen mukaan oppiminen on olennainen osa ihmisen koko elämää, se on oikeastaan koko elämän tarkoitus. Oppimista tapahtuu ihmisen elämän kaikissa eri vaiheissa, ja se kuuluu niihin olennaisesti. Juuri oppimiseen sisältyy Comeniuksen mielestä koko ihmisen elämän mielekkyys. (Kauppi 1991, 16.)

Oppiminen on tiedollista ja taidollista sekä tunneperäistä. Uuden oppiminen kiehtoo ja houkuttelee, mutta se saattaa myös ahdistaa ja pelottaa. Erilaiset tunteet ja elämykset sallitaan hyvässä oppimisympäristössä. Parhaimmillaan oppiminen aktivoi myönteisiä tunteita, kuten iloa, innostusta, hyväksyntää, ylpeyttä ja arvostusta. Oppimisen synnyttämästä innostavasta kokemuksesta voidaan käyttää flow-käsitettä eli syvällistä uppoutumista, joka on jo sinänsä palkitsevaa. (Repo-Kaarento 2007, 52.)



Ihmiset oppivat eri tavoin. Kuitenkin jokainen ihminen oppii; oppimisvalmiuksia voidaan kehittää tietoisesti erityisesti lapsuudessa, mutta myös nuorena ja aikuisena. Ihmisen kyky oppia säilyy läpi elämän. Hän toteuttaa itseään pyrkien koko elämänsä ajan kehittymään omaksi persoonallisuudekseen. Uuden oppiminen tuottaa ihmiselle iloa ja hyvän olon tunteen. Elinikäinen oppiminen vauvasta vaariin voidaan siis perustella ensisijaisesti jokaisen oikeudella kasvaa ihmisenä. Se on myös välttämätöntä ihmisen sopeuttamiseksi muuttuvaan yhteiskuntaan ja sen uusiin vaatimuksiin.

Koska ihmiset ovat sosiaalisia olentoja, kaikella oppimisella voidaan sanoa olevan aina sosiaalinen seuraus. Sosiaalisesta näkökulmasta tarkastellen oppimisen tärkeimmät ominaispiirteet ovat seuraavat:

- Oppiminen on toimintaa.
- Oppiminen on yksilöllistä.
- Toiset ihmiset vaikuttavat oppimiseen.
- Oppiminen on vastaus ärsykkeeseen.
- Oppiminen on elinikäistä.
- Oppiminen on peruuttamatonta.
- Oppiminen tarvitsee aikaa.
- Oppimiseen ei voida pakottaa.

(Tuomisto 1996, 14; Kauppila 2007, 149.)

Lapsi on luonnostaan utelias ja kiinnostunut kaikesta, mutta kuinka pitää yllä tätä suurta oppimisen iloa janoavaa tiedonhalua? Kouluvuosilla on valtava merkitys koko elämämme ajan. Jo ensimmäisellä luokalla alkaa kanssakäyminen eri oppiaineiden kanssa – niin myös matematiikan kanssa. Opettaja vaikuttaa merkittävästi pienen koululaisen matematiikan oppimisen motivaatioon. Lapsi ei välttämättä heti rakasta oppiainetta vaan ensin omaa opettajaansa. Kun taas opettaja rakastaa opettaa matematiikkaa, tämä välittyy oppijalle ja vaikuttaa myönteisesti sekä luo pohjaa asenteille. Kokemukset ja tunteet ensimmäisiltä kouluvuosilta vaikuttavat pitkälle tulevaisuuteen ja matematiikan oppimiseen. Tästä syystä on tärkeä pitää oppimisilmapiiri positiivisena, aktiivisena ja kannustavana. (Räty-Záborszky 2006, 2–3.)

Matematiikan opiskelussa oppija nähdään aktiivisena tiedon käsittelijänä, hankkijana ja tallentajana. Matematiikan oppiminen on opittavien asioiden liittämistä oppijan aikaisempiin tietoihin sekä hänen aikaisempien ajatus- ja toimintamallinsa uudelleenrakentamista ja täydentämistä. Realistisen kuvan rakentaminen matematiikan käyttökelpoisuudesta edellyttää myös opetuksen integroimista entistä enemmän koulun muiden aineiden opiskeluun. (Haapasalo 1997, 249.)

#### 4 MATEMATIIKAN OPPIMISVAIKEUDET

Matemaattisia oppimisvaikeuksia ei ole tutkittu yhtä laajasti kuin lukivaikeutta (Räsänen & Ahonen 2002, 192), eikä niitä myöskään ole määritelty kattavasti. Matematiikan vaikeuksia eli dyskalkuliaa paljastuu noin 3–7 prosentilla väestöstä. Matematiikan oppimisvaikeus ilmenee eri ihmisillä eri tavalla, ja sitä ei useinkaan diagnosoida, joten tarkkaa määrää on vaikea arvioida. Tämän lisäksi matematiikan oppimisen vaikeus saattaa myös esiintyä vain yhdellä matematiikan osa-alueella. Puhdas vaikeus onkin epätavallista, ja matematiikan oppimisvaikeus esiintyy usein hahmottamisen vaikeuksien yhteydessä tai lukivaikeuksisilla. (Virtuopo.net.)

Tutkimukset ovat osoittaneet, että joillekin ihmisille matemaattisten taitojen omaksuminen on poikkeuksellisen työlästä, joskus jopa ylivoimaista, eikä näitä oppimisen vaikeuksia voida perustella motivaatio- tai sosiaalisilla tekijöillä. Tällöin taustalla näyttäisi olevan aivojen toiminnallinen ja tai rakenteellinen poikkeama. Diagnoosin teon kannalta merkittäviä tekijöitä ovat esimerkiksi kehityspoikkeamien esiintyminen ennen kouluikää. Myös sellaisten ajattelutoiminnan tai motoristen taitojen kehityksen häiriöiden esiintyminen, joihin sisältyy tavanomaisuudesta poikkeavaa eikä vain hidasta kehitystä, voidaan pitää kehityksellisenä häiriönä. Laskemiskyvyn häiriötä ei diagnosoida, jos häiriö voidaan todentaa laaja-alaisempina älyllisen kehityksen häiriöinä. (Räsänen & Ahonen 2004, 275–276.)

Tiedetään, että esikouluikäisillä lapsilla on paljon erilaisia matemaattisia taitoja. Osa näistä taidoista kehittyy ”itsestään” osana lapsen biologista kehitystä ja arkioppimista, toisten taitojen hallinta taas edellyttää harjoittelua ja harjaantumista. Ennen koulunaloitusikää osalle lapsista on kehittynyt valmiudet ymmärtää matemaattis-loogisia suhteita, kykyjä käyttää pieniä lukuja, luetella niitä oikeassa järjestyksessä ja käyttää luettelemista esineiden lukumäärien laskemisessa. Tämän lisäksi useimmat lapset aloittelevat myös lukujonon käyttämistä yksinkertaisten yhteen- ja vähennyslaskujen ratkaisemisessa. Mikäli lapsi esikouluiässä on selvästi ikäkavereitaan jäljessä näissä taidoissa, tapana on, että

näiden alle kouluikäisten lasten kohdalla ei puhuta oppimisvaikeuksista vaan oppimisvalmiuksien puutteellisuudesta. (Niilo Mäki Instituutti. LukiMat.)

Koulutien alussa matematiikan oppimisvaikeudet ovat havaittavissa matemaattisen ajattelun kehittymättömyytenä ja matemaattisten käsitteiden ymmärtämättömyytenä. Lapsi ei erota pieniä lukumääriä, hahmottamisessa saattaa olla pulmaa, hän ei näe eikä koe matematiikkaa ympärillään. Jos lapsi itse spontaani, ilman aikuisen tukea, kiinnittää huomiota lukumääriin ympärillään, hän tulee hankkineeksi valtavan määrän harjoitusta lukumäärien tunnistamisessa ja hyödyntämisessä arkipäivän merkityksellisissä tilanteissa. (Aunio, Hannula & Räsänen 2004, 208.) Taito nähdä matematiikkaa edesauttaa taitojen oppimista merkittävästi. Vastaavasti matematiikan kokemisen puute on merkki tulevista oppimisvaikeuksista.

Kun peruslaskutaitojen oppiminen koetaan poikkeuksellisen työläänä, voidaan lapsella todeta olevan matemaattisia oppimisvaikeuksia. Yleensä oppimisvaikeutta arvioidaan suhteessa siihen, miten nopeasti ja millä työmäärällä samanikäiset lapset yleensä näitä asioita oppivat. Yksinkertaistaen voitaisiin siis sanoa, että puhutaan oppimisen vaikeuksista tai puutteista taidoissa, jotka koulussa opetetaan ja oletetaan omaksuttavan ensimmäisten kouluvuosien aikana. (Niilo Mäki Instituutti. LukiMat.)

Myöhemmin matematiikan oppimisvaikeudet näkyvät matemaattisten taitojen oppimisen hitautena ja vaikeutena sekä virheiden suurena määränä. Kun matematiikka koetaan vaikeaksi, on tyypillistä, että matemaattinen suoriutuminen on hidasta, laskeminen mekaanista (ilman ajatusta toimimista), peruskäsitteet ovat epäselviä ja matematiikka koetaan muistamisena, sääntöinä ja kaavoina. Oppijan on vaikea ymmärtää tehtäviä (varsinkin sanallisia), valita oikeaa laskutoimitusta tai arvioida tuloksen oikeellisuutta. Erityisen vaikeita hänelle saattavat olla sanallisten tehtävien lisäksi desimaaliluvut (nollat ja pilkut) tai jakaminen jakokulmassa. Lisäksi vaikeutena saattaa olla, että kertotaulu ei ole hänellä automatisoitunut. Automatisoitumisen puute liittyy ongelmiin muistitoiminnoissa, ja se on myös yhteydessä lukivaikeuteen. Oppijalle, jolla on matematiikkavaikeus, matematiikka on kuin kasa palapelin paloja, joista ei kehity kokonaista kuvaa. (Huhtala.)

Matematiikan oppimisvaikeuksiin liittyviä käsitteitä:

- dyskalkulia = suhteellisen erottuva laskutaidon puute
- acalculalia = matematiikan taidot puuttuvat lähes kokonaan
- dysmatemaatikko = henkilö, joka ei onnistu matematiikassa lainkaan.  
(Parkkonen 2003.)

Matemaattisten oppimisvaikeuksien kolme päätyyppiä:

1) *semanttisen muistin vaikeus*: vaikeus oppia numeroihin liittyviä faktoja, mieleenpalautus virheellinen (lapsi käyttää sormia apunaan pitempään kuin muut)

2) *proseduraalien vaikeus*: vaikeus muistaa eri laskutoimitusten suorituseriaa, ongelmia muun muassa numero-käsitteen ymmärtämisessä, esimerkiksi allekkainlaskussa vähentää pienemmästä suuremman

3) *visuospatiaalinen vaikeus*: vaikeus numeerisen tiedon järjestämisessä ja ymmärtämisessä, esimerkiksi lukusarjojen kirjoittaminen. (Parkkonen 2003.)

Matematiikan oppiminen on ainakin osittain riippuvainen kielen oppimisesta. Se, mikä merkitys kielen oppimisella on, herättää paljon keskusteluja. Kun ajatellaan koulumatematiikan opetusta ja oppimista, on selvää, että hyvästä kielen hallinnasta on suuri apu ja sitä tarvitaan monella tavalla matematiikan opetuksen ymmärtämisessä. (Kairaluoma, Ahonen, Aro, Kakkuri, Laakso, Peltonen & Wennström 2008, 108.)

Kun selitystä taidon puutteisiin haetaan psykologilta ja psykologin testeistä, niin seuraavien asioiden on todettu olevan yhteydessä heikkoon menestykseen koulumatematiikassa:

- kielelliset taidot
- työmuisti (kyky pitää asioita mielessä)
- tarkkaavaisuus (kyky keskittyä johonkin asiaan, jakaa huomiotaan useaan asiaan, kyky vaihtaa joustavasti huomion kohdetta)
- toiminnanohjaus (kyky ohjata omaa toimintaa, suunnitella)
- avaruudellinen hahmottaminen (tilan hahmottaminen, visuaalisten havaintojen muokkaaminen ja kääntely mielessä).

(Niilo Mäki Instituutti. LukiMat.)

Yksi osatekijä oppimisvaikeuksien syntyyn on opiskelijoiden vieraantuminen matematiikasta ja sen oppimisesta. Matematiikalla ei ole merkitystä opiskelijoiden elämässä, ja se on vaikeata: siksi oppija helposti sulkee matematiikan ulkopuolelle ja vieraantuu siitä. Matematiikalla oppiaineena on ominaisuuksia, jotka johtavat tähän vieraantumiseen. Näitä ominaisuuksia ovat esimerkiksi matematiikan muuttuminen koulussa entistä vaikeammaksi ja abstraktimmaksi hyvin varhaisessa vaiheessa. Oppijat käyttävät yhä enemmän aikaa opiskellen valmista tietoa, ja yhä vähemmän aikaa hyödynnetään oppilaiden omia ajatuksia, eli matematiikka tuntuu hyvin merkityksettömältä. (Huhtala.)

## 5 KIINNOSTAVUUDEN JA YMMÄRRYKSEN LISÄÄMINEN

### 5.1 Toiminnallisuus ja matematiikan opetus

Opetusmenetelmät eli työtavat tarkoittavat niitä käytännön toimia, joiden avulla opettajat pyrkivät edistämään oppimista ja organisoimaan opiskelua. Käytännössä opetusmenetelmän valinta on monella tasolla tehty kompromissi, sillä valinnat on tehtävä keskenään ristiriitaisten odotusten paineessa. (Vuorinen 2001, 63.)

Tekemällä oppiminen eli toiminnasta oppiminen (learning by doing, learning by action, action learning) on ehkä ensimmäinen ihmisten välinen oppimismenetelmä, ja se on yhä pienen lapsen perusoppimismenetelmä. Menetelmän ajatuksena on ”Ota mallia ja tee perässä tai tee kokeilemalla, yrityksen ja erehdyksen kautta”. (Vuorinen 2001,179.)

Oppiminen tapahtuu parhaiten tekemällä ja toimimalla itse. Oppimiseen sisällytetään erilaisia aktiiviseen toimintaan perustuvia opetusmenetelmiä aina käsitöistä draamaan. Kysymyksessä ei ole tarkoin määritelty oppimismenetelmä, vaan on tarkoitettu monenlaisille lähestymistavoille, joita yhdistävänä ajatuksena on toiminta, joka sisältää runsaasti yhteyksiä opiskeltavaan aiheeseen ja tuottaa näin parhaan oppimistuloksen. (Vuorinen 2001, 179.)

Koska useimpiin opetusmenetelmiin liittyy mahdollisuus toimintaan, on toiminnallinen ilmaisumuoto vaikeasti määriteltävissä. Toiminnallisella ilmaisumuodolla tarkoitetaan tässä sellaisia fyysisiä toimintoja edellyttäviä opetusmenetelmiä, jotka eivät välttämättä sisälly kuvalliseen, musiikilliseen tai draamalliseen ilmaisuun. Oppiminen tapahtuu osallistumalla, tekemällä ja toimimalla. (Vuorinen 2001, 179.)

Toiminnallinen oppiminen rakentuu sosiaaliseksi tapahtumaksi, mikä tukee elämän tärkeitten valmiuksien oppimista. Tekemällä oppimisen opetusmenetelmiä voivat olla peruskoulussa esimerkiksi leikki, tutkimusretki ja - tehtävä, näyt-

telyn rakentaminen, askartelu, leipominen tai taitojen harjoittelu. Tekemällä oppimisen opetusmenetelmiä käytetään usein myös työpaikkojen sisäisessä koulutuksessa. Menetelmän käyttö ei rajoitu vain kouluun, sillä työpaikoilla ja kursseilla voidaan oppia myös tekemällä. (Vuorinen 2001, 180).

Tekeminen on tärkeä keino opetuksen konkretisoinnissa. Kun kokeillaan, harjoitellaan, osallistutaan ja tutustutaan, niin eletään juuri sitä todellisuutta, johon oppimisen tavoite kohdistuu. Konkreettisuuden teho perustuu oppijan omiin kokemuksiin ja tekemisestään (oppimisestaan) saamaan välittömään palautteeseen. Konkreettinen toiminnallisuus on usein ylivoimainen opetusmenetelmä, kun oppimistavoitteina ovat vaikka (matemaattisten) taitojen hankkiminen tai asenteisiin vaikuttaminen. (Vuorinen 2001, 180–181.) Yleisesti voidaan kuvata, että toiminnalliseen oppimiseen liittyy tekeminen, kokeminen, vuorovaikutus ja yhteistyö, joiden kautta opitaan.

Matematiikka on peruskoulussa keskeisimpiä oppiaineita. Koulumatematiikkaa on kaikki se, mitä matematiikan tunneilla tehdään. Jokainen innokas ja työlleen antautunut matematiikanopettaja pitää omaa opetustaan esimerkiksi kelpaavana. Kuitenkin se tapa tai menetelmä, joka sopii yhdelle opettajalle, saattaa olla täysin soveltumaton toiselle. Matematiikan opetuksessa pitäisi antaa kaikkien kukkien kukkia. Ennen kaikkea on huomattava, ettei ole mitään ajasta ja paikasta riippumattomia koulumatematiikan sisältöjä. (Tossavainen & Sorvali 2007.)

Tossavaisen ja Sorvalin mukaan didaktisessa matematiikassa selvitetään matematiikan perusteorioiden välisiä yksinkertaisia suhteita opettamisen ja oppimisen näkökulmasta. Näin korostuu matematiikan rakenteiden ymmärtämisen tärkeys jo peruslaskutoimituksia opittaessa. Tutkijoiden mukaan matematiikkaa voidaan oppia ja opettaa piirtämällä, soittamalla, hahmottelemalla tai muilla havainnollisilla tavoilla, kuten toiminnallisella tekemisellä. (Tossavainen & Sorvali 2007.)

Toiminnallisen ja havainnollisen matematiikan ja matemaattisten lausekkeiden välisten yhteyksien ymmärtäminen on keskeistä; didaktisessa matematiikassa matematiikkaa tarkastellaan lisäksi matemaattisena kielenä. Erityisesti kiinnitetään huomiota matematiikassa käytettävien symbolien ja sanojen täsmälliseen



määrittelyyn sekä äidinkielen ja matematiikan välisiin yhteyksiin. (Tossavainen & Sorvali 2007.)

Mitä nuoremmasta oppijasta on kyse, sitä korostuneempaa on oppiminen toiminnallisin ja kokemusperäisin opetusmenetelmin. Lindgren (1997) painottaa lapsen tarvetta leikkiä ja toimia: tarve voidaan ohjata edistämään matematiikan oppisisältöjen ymmärtämistä sekä muistamista. Lapsessa on synnynnäinen aikaansaamisen ja toiminnan tarve, jolloin käsillä oleva tehtävä vaikuttaa mielessä positiivisesti matematiikan oppimiseen. Lapsella on luontainen tarve onnistua matematiikan tunneilla. Iloa matematiikan tunneilla voidaan kokea vain onnistumisen kokemuksilla ja elämyksillä, ja siten lapsi saa lisää itseluottamusta matemaattisten tehtävien suorittamisessa. (Lindgren 1997, 302–303.)

Lindgrenin kanssa samansuuntaisia ajatuksia on ollut muun muassa Ikäheimola (1989), Perlailla (1997) ja Vargalla (1976). Heidän mielestään matematiikan oppimisessa ja opetuksessa tulee olla toiminnallisuutta ja konkreettisuutta. Perlai tuo esille, että kehittyneen ajattelun pohjalla ovat toiminnallisuuden kautta saadut kokemukset, koska ulkoiset toiminnot muuttuvat sisäisiksi toiminnoiksi, eli ne ilmenevät loogisena ajatteluna. Ikäheimo ihmettelee tutkimuksensa perusteella, kuinka vähän luokissa käytetään oppikirjan ja monisteiden lisäksi konkreettisia välineitä, vaikka tutkimustulokset oppimisesta tukevat erilaisten välineiden käyttöä kaikilla luokka-asteilla. (Räty-Záborszky 2006, 82–82.)

Matematiikan opetuksessa ja oppimisessa voidaan soveltaa Brunerin näkemyksiä. Hänen mielestään lapsi on vuorovaikutuksessa ympäristönsä kanssa kolmella tavalla: 1) suoraan toiminnan kautta, 2) mielikuvien avulla ja 3) kielen välityksellä. Tämän perusteella pienten lasten opetuksen pitäisi alkaa toiminnallisella tasolla eli havaitsemisella ja tekemällä, koska oppijalla on tarve toimia ja liikkua ympäristön mukana. Tässä vaiheessa lapsella on apuna matemaattisia toimintavälineitä. (Räty-Záborszky 2006, 76–77.)

## 5.2 Alkuopetuksen pienryhmä

Toiminnallista matematiikkaa on käytetty peruskoulun alkuopetuksessa pienluokalla. Pienluokalla on yhdeksän 7–9-vuotiasta erilaista oppijaa. Heillä jokaisella on eritasoisia oppimisen pulmia eri oppiaineissa. Erityisopetuksessa heille on aina kehitetty yksilöllinen tapa oppia uusia asioita, mutta nyt käyttöönotettu unkarilaisen matematiikan metodi on tuonut lisää systemaattisuutta nimenomaan matematiikan opetukseen ja oppimiseen.

Aikaisemmin opetuksen tukena on käytetty perinteisen matematiikan oppikirjoja e-versioina. Opetus on edennyt oppikirjan tekijöiden mukaisessa järjestyksessä, ja asiat on opetettu opettajan oppaiden suositusten mukaisesti. Yleensä oppikirjan sisällön suurin osa eli sen läpikäyminen on sama kuin opetussuunnitelma. Toisin sanoen oppikirjat antavat suunnan oppisisältöihin. Seppälän (2002) mukaan Suomessa on vakiintunut oppikirja- ja tehtäväsidonnainen opetustyyli. Siinä tunneilla lyhyen uuteen asiaan johdattelun jälkeen yleensä vain lasketaan tehtäviä ja tulokset käydään katsomassa luokan eri puolilla olevista tarkastuspisteistä. (Seppälä 2002, 10.)

Pienluokan kaikilla oppilailla on yksilöllistetty matematiikan opetussuunnitelma. Tämä tarkoittaa, että matematiikasta opetellaan ne keskeiset asiat, jotka oppilas kykenee oppimaan. Toisaalta yksilöllistäminen oikeuttaa siihen, että matematiikan perusteiden oppimiseen voidaan käyttää ajallisesti merkittävästi enemmän aikaa.

## 5.3 Matematiikka alkuopetuksessa

Ajatuksena on, että esiopetuksen ja alkuopetuksen välillä on liian suuri ero. Päätoimintana päiväkodeissa on leikki, ja peruskoulussa se yhtäkkiä keskeytyy, eli opittava asia ei kuulu lapsen kokemusmaailmaan. Unkarilaisen matematiikan menetelmässä toiminnallisuus, toimintavälineiden käyttö ja havaintojen tekeminen ovat ensiarvoisen tärkeitä, eli matematiikan opetuksen pitää aina perustua havaintoon, oikean tekemisen kautta. (Herold 2003, 28.)

Ensimmäisinä kouluvuosina on tärkeää totuttaa oppija oman ympäristönsä havainnointiin ja hahmottamiseen, ongelmatilanteiden tunnistamiseen ja niissä toimimiseen. Oppijaa innostetaan ja ohjataan keksivää ja luovaa oppimista edistäviin työskentelytottumuksiin, jossa kommunikoinnin merkitys on tärkeä. Alustasti matematiikan opetuksessa tähdätään käsitteiden oppimisen, vaikka se tapahtuu pitkään askartelua ja leikinomaisuutta korostaen. (Haapasalo 1997, 249.)

Oppiminen ja matematiikka eivät ole tylsiä ja ikäviä, vaan iloisia elämään kuuluvia asioita. Opettajalta vaaditaan matematiikan opetuksessa pedagogista lahjakkuutta sekä hyvin harkittuja, järjestelmällisiä päätöksiä matematiikan opetuksen menetelmistä.

Peruskoulun alkuopetuksen opetussuunnitelmassa matematiikan opetuksen tavoitteiksi on kirjattu seuraavat:

”1. – luokan oppilas oppii:

- havainnoimaan, vertailemaan ja luokittelemaan ympäristönsä esineitä, asioita ja ilmiöitä. Hän oppii löytämään yhtäläisyyksiä ja eroja, säännönmukaisuuksia ja syy-seuraussuhteita
- kuuntelee, keskittyy, kommunikoi ja iloitsee matematiikan oppimisesta
- kehittää matemaattista ajatteluaan ja käsitteistön hallintaansa systemaattisesti ja monipuolisesti
- oppii perustelemaan ratkaisujaan mallein, kuvin, suullisesti ja kirjallisesti saa hyvän perustan lukukäsitteen ja mittaamisen käsitteen kehittymiselle.

1. luokka:

- *Luvut ja laskutoimitukset lukualueella 0-100 (keskeinen lukualue 0-20)* lukumäärä-, lukusana- ja numerosymboli
- lukujen vertailu ( $<$ ,  $=$  ja  $>$ ), luokittelu, järjestykseen asettaminen, hajottaminen ja kokoaminen
- lukujonotaidot, luettelu eteen- ja taaksepäin yhden, kahden, viiden ja kymmenen välein
- parilliset ja parittomat luvut
- kymmenjärjestelmän rakentumisen periaate
- yhteen- ja vähennyslaskua päässälaskuna ja kirjallisesti, laskutoimitusten välinen yhteys
- yhteen- ja vähennyslaskun muodostaminen sanallisesta tehtävästä tutustuminen kymmenjärjestelmävälineisiin, lukusuoraan ja sataruudukkoon

*Algebra* säännönmukaisuuksien, suhteiden ja riippuvuuksien näkeminen kuvista

- yksinkertaisten lukujonojen tulkitseminen ja tuottaminen

*Geometria* käsitteet: piste, jana, suora ja kulma sekä niiden yhteys yksinkertaisimpiin tasokuvioihin

- tasokuvioiden tunnistaminen ja piirtäminen ( ympyrä, kolmio, nelikulmio)
- ympäristön geometrinen kappaleiden kuvailu ja nimeäminen ( pallo, suorakulmainen särmiö, lieriö, kartio)
- yksinkertaisia peilauksia, suurennoksia ja pienennöksiä ruutujen avulla avaruudellisen hahmottamiskyvyn kehittämistä

*Mittaaminen* mittaamisen periaate: kuinka monta kertaa mittayksikkö sisältyy mitattavaan

- mittavälineiden käyttö ( viivain, kello, raha)
- pituus senttimetreinä ja metreinä, mittaamista ja arviointia
- hinta ( kokonaiset eurot 1-20 sekä 1e = 100snt)
- aika ( tasatunnit ja puolet tunnit)
- tietojen käsittely ja tilastot
- tietojen etsiminen, kerääminen ja tallentaminen
- yksinkertaisten taulukoiden ja pylväsdiagrammien lukeminen koottujen tietojen esittäminen pylväsdiagrammina”

(Seppälä 2012.)

Edellä mainituista oppimistavoitteista opetellaan siis keskeiset asiat alkuopetuksessa ja jatketaan seuraavalla luokalla, että perusta tulee vahvaksi.

### 5.3.1 Unkarilaisen matematiikan teoriaa alkuopetuksessa

Pientä lasta ei kiinnosta matematiikka abstraktina tieteenä. Häntä kiinnostaa oma elinympäristö, oma kasvu ja taitojen lisääntyminen. 6–10-vuotiaat lapset keräävät tietonsa konkreettisesta maailmasta. Heille tiedonhankinnan ainoa tapa on induktiivinen: tiedot perustuvat esineellisestä maailmasta tehtyihin havaintoihin. Pienten koululaisten ja erityislasten ajattelu on konkreettista. Omaan kokemukseen pohjautuva matematiikan opetus tarjoaa lapsille mahdollisuuden loogis-matemaattisiin kokemuksiin, joiden avulla lapsen matemaattinen ajattelu kehittyy. (Lampinen, Neményi & Oravacz 2011, 12.)

Kokemusten hankintaan tarvitaan vuorovaikutusta toisten oppijoiden ja oppimisen ohjaajan kanssa sekä erilaisia toimintavälineitä. Opettajan tulee luoda myönteinen opiskeluilmapiiri, mikä edellyttää oppijoille lupaa erehtyä ja vapautta väitellä. Oppijoilta voi vastaavasti edellyttää osallistumista ja halua toimia. Opis-

keluun siis tarvitaan rauhallinen työskentelyilmapiiri ja halu opiskella ja oppia eli oikea motivaatio. Ilman motivaatiota on mahdoton tehdä minkäänlaista fyysistä tai henkistä työtä. (Lampinen, Neményi & Oravacz 2011, 12.)

### Kielentäminen

Unkarilaisen matematiikan menetelmälle on ominaista viivästetty kielentäminen. Tavoitteena on, että oppijat saavat ensin paljon ja erilaisia loogis-matemaattisia kokemuksia leikkien, pelien, kuvien ja toimintamateriaalien avulla sekä aikaa koetun työstämiseen ja kielentämiseen aluksi lapsen käyttämällä kielellä. Kun matematiikkaa saa itse kokea, oivaltaa ja pohtia, saavat matematiikan käsitteet ja käsitteiden väliset yhteydet vankan kokemuksen kautta ymmärtämiseen pohjautuvan perustan. Näin myös erityislasten mielikuvat ehtivät rikastua ja oppilaat oppivat käyttämän oppimaansa ja luottamaan omiin kykyihinsä matematiikassa. Ymmärtävä oppiminen vaatii riittävästi aikaa ja runsaasti toistoa. (Lampinen, Neményi & Oravacz 2011, 13.)

### Abstraktion tien vaiheet

Ohjattu yhteinen peli tai leikki, kehollinen kokemus tai lapsen arjen tapahtuma aloittaa aina uuteen asiaan tutustumisen. Matematiikan tunneilla uusi asia aloitetaan korostetusti abstraktion tien ensimmäisellä vaiheella. Tällöin lapset itse ovat havaintomateriaalina. (Esim. parijono viittamaan parillisuuteen tai parittomuuteen.) (Lampinen, Neményi & Oravacz 2011, 15.)

Ensimmäisen vaiheen kokemukset mallinnetaan toimintamateriaaleilla. (Esim. pienet napit laitetaan parijonoon tai jaetaan ne kahteen yhtä suureen osaan pulpetin päällä.) Konkreettisista toimintavälineistä luopuminen on abstraktion tien yksi päämäärä asian tultua opituksi. Toiminnoista syntyy lopulta muistinvaraisia mielikuvia, jotka voidaan palauttaa tarvittaessa mieleen. (Lampinen, Neményi & Oravacz 2011, 15.)

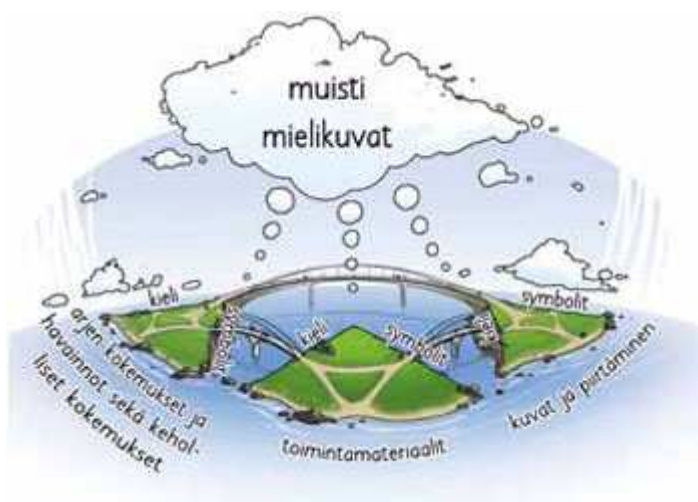
Seuraavassa vaiheessa tarkastellaan, tutkitaan, tunnistetaan, täydennetään ja tuotetaan kuvia sekä mallinnetaan edellisten vaiheiden kokemuksia kuviksi. Ku-

vissa pyritään pelkistettyyn ja yksinkertaiseen ilmaisuun. (Lampinen, Neményi & Oravacz 2011, 15.)

Neljännessä vaiheessa välittömistä loogis-matemaattisista kokemuksista, toiminnasta ja kuvista muodostuu välillisiä kokemuksia, muistinvaraisia rikkaita mielikuvia, jotka voidaan palauttaa mieleen ja jotka voidaan kielentää puheeksi, kirjoittaa kieleksi, visualisoida ja esittää täsmällisesti myös matematiikan symboleilla eli matematiikan kielellä. Siksi opetuksessa kehitetään tietoisesti myös oppilaiden muistia. (Lampinen, Neményi & Oravacz 2011, 15.)

”Jokainen abstraktion tien vaihe sisältää koetun, tehdyn ja havaitun kielentämistä lapsen itsensä käyttämällä kielellä.” (Lampinen, Neményi & Oravacz 2011, 16.) Kokemukset hankitaan todellisesta maailmasta. Koettu siirretään paperille kirjoitetuksi kieleksi ja kuviksi. Oppikirja ja monistetehtävät eivät voi korvata kokemuksia, opettajaa ja yhdessä työskentelyä.

Abstraktio vaatii useaan kertaan tapahtuvaa konkreettista toistoa. Oppilaan täytyy palata konkreettisiin asioihin yhä uudelleen, kunnes käsite ja mielikuva siitä ovat saaneet oppilaan mielessä rikkaan ja toimivan sisällön. (Lampinen, Neményi & Oravacz 2011, 16.)



KUVIO 1. Abstraktion tie (Lampinen, Neményi & Oravacz 2011, 14)

### 5.3.2 Käytännön esimerkkejä alkuopetuksen pienluokalla

Omaehtoaisen kokemuksen hankkiminen käsitteenmuodostuksen pohjaksi on tärkeää. Lapsen autenttisia kokemuksia tulisi hyödyntää aina, kun se vain on mahdollista. Jotta koko luokka voisi työskennellä yhdessä, on tärkeää toiminnallisten leikkien ja välineillä työskentelyn avulla hankkia kaikille yhteisiä kokemuksia, joiden varaan käsitteiden oppiminen voi rakentua.

Esimerkki: Geometriassa monikulmioiden määritelmän perustaksi hankitaan kokemus pujottelemalla lankaan 10 cm:n pituisia mehupillinpätkiä. Pilleistä on helppo muodostaa 3-, 4- ja 5-kulmioita ja niin edelleen. Kuviomuodot nimetään sen mukaan, kuinka monta mehupillin pätkää eli sivua kuvioon on käytetty. Lasketaan myös kärkipisteiden määrä eli kohdat, joissa mehupilli vaihtuu toiseksi. Mehupillien värejä voidaan käyttää myös kuvion muodostuksen apuna. Valmistuneet monikulmiot nimetään myöhemmin kolmioksi ja nelikulmioksi sen mukaan, kuinka monta mehupillinpätkää kuvion muodostamiseen käytettiin. (Ikäheimo & Risku 2004, 232.)

Vaiheittainen pyrkiminen kohti abstraktiota käsitteenmuodostuksessa lähtee todellisista kokemuksista. Abstraktion taso on hiukan korkeampi, kun ilmiötä kuvataan välineillä ja toimintamateriaaleilla. Taso nousee edelleen siirryttäessä kuvan ja piirrosten tulkitsemiseen ja tuottamiseen. Viimeisenä vaiheena on käsitteen ilmentäminen symbolein eli luvuin ja matemaattisin merkein sekä käyttämällä matematiikan kieltä. Jokainen taso kohti abstraktiota on tärkeä, ja eri tasoihin on varattava riittävästi aikaa. (Ikäheimo & Risku 2004, 232)

Esimerkki johdattamisesta vertailu-symbolin oppimiseen eri abstraktion tasojen kautta:

Kokemustaso: Leikitään kissa–hiiri-leikkiä. Joku lapsista on kissa, loput hiiriä. Kissa hyökkää sellaiseen hiirenpesään tai hiiriryhmään, missä on eniten hiiriä. Pelästyneet hiiret juoksevat kissaa karkuun. Seuraavaksi hiiret korvataan leluhiirillä ja jokainen lapsi muodostaa käsiensä väliin kissan suun, joka avautuu kohti kasaa, jossa hiiriä on eniten.

Välinetaso: Jokainen oppija laittaa pulpetilleen ”hiiriä” kahteen tai useampaan hiirenpesään esimerkiksi pavuista, maissinjyvistä tai makaroneista. Kasojen välille muodostetaan kahdesta päättömästä tulitikusta tai jäätelötikuista kissan suu, jolla vertaillaan, kummassa tai missä pesässä on enemmän ”hiiriä”.

Kuvallinen taso: Piirretään paperille eri määrät vaikka palloja kahteen ryhmään. Merkitään ryhmien välille vertailumerkki ( $><$ ).

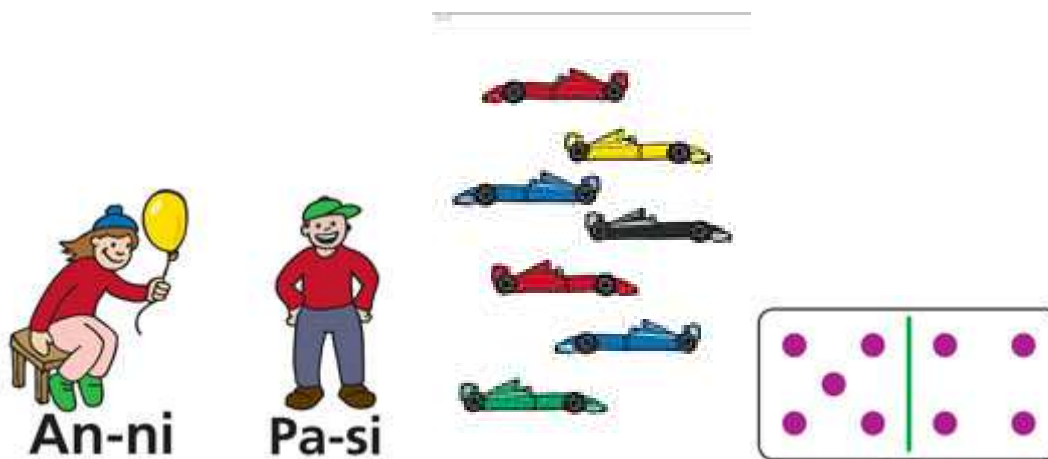
Vasta symbolisessa tasossa vertaillaan lukuja keskenään ja merkitään lukujen välille vertailumerkki ( $5 > 2$ ). Näitä vaiheita käydään useasti läpi erilaisilla toiminnallisilla menetelmillä, että symbolin merkitys vahvistuu.

Toiminnallisuuden ja kokemusten saamisen tulisi olla mahdollista jokaiselle oppijalle. ”Apuvälineitä” tarvitaan koulussa niin paljon, että jokaisella oppijalla on omansa. Olisi hyvä tehdä jokaiselle oppijalle oma matematiikkalaatikko esimerkiksi kenkälaatikosta. Kenkälaatikon voi päällystää ja koristella ja säilyttää siellä tarvittavaa matematiikkavälineistöä. Unkarilaisen matematiikan opetuksen mukaan tarvittavia välineitä olisivat ”loogiset palat, värisauvat, autokortit, ominaisuuskortit, helmiä, noppia, sinipunakiekkoja, numerokortteja, opetusrahaa, papuja, domino-kortteja jne.” (Lampinen, Neményi & Oravecz 2011, 109.)



KUVIO 2. Loogiset palat





KUVIO 3. Monikäyttöiset A5-kokoiset autokortit ja niiden symbolikortit sekä lapsikortit mahdollistavat opetusryhmän yhteisen pelaamisen ja muun työskentelyn. autokorttisarjassa on 24 erilaista autoa ja 14 symbolikorttia, lapsikortteja on 12 erilaista

Yksi hyväksi havaittu toiminnallinen matematiikan opetus liittyy leipomiseen. Lapset leipovat mielellään, ja siinä jos missä on runsaasti matematiikkaa. Tavoitteena on, että oppilas tunnistaa mittavälineitä, kuten teelusikka ja desilitran mitta, sekä osaa käyttää niitä mittaamiseen. Sämpyläruututaikinan tekeminen edellyttää lukujonon osaamista kuuteen asti. Koska kaikki oppilaat eivät sitä vielä osaa, niin käytetään yhteistoiminnallista oppimista. Käytännön matematiikkaan on eheytetty myös ympäristötietoa, koska aina tunnistetaan käytettävät ainesosat (kuten kaura, vehnä, rypsi ja kananmuna). Lisäksi leivontaohjeen lukeminen on luetun ymmärtämisen harjoitus tai kuvalukemista.

Pestään kädet ja katsotaan kuvallista ja kirjoitettua leivontaohjetta:

Etsi ja kerää =>

TYÖVÄLINEET:

- leivontakulho
- desin mitta
- ruokalusikka
- teelusikka
- juomalasi
- uunipelti
- leivinpaperi
- patalaput.

Aseta uuni lämpenemään 200 °C:seen.

Etsi ja mittaa=>

#### LEIVONTA-AINEET:

5 desilitraa vettä  
 4 desilitraa kaurahiutaleita  
 1 pussi kuivahiivaa  
 1 teelusikka suolaa  
 1 ruokalusikka sokeria  
 ½ desilitraa rypsiöljyä  
 6 desilitraa vehnäjauhoja  
 Voiteluun kananmunaa

#### VALMISTUSOHJE:

5 dl:aan lämmintä vettä sekoitetaan 4 dl kaurahiutaleita ja kuivahiivapussi.  
 Lisää 1 tl suolaa, 1 rkl sokeria, ½ dl öljyä ja 6 dl vehnäjauhoja.  
 Sekoita tasainen taikina.  
 Kaada taikina leivinpaperilliselle uunipellille.  
 Levitä taikina tasaiseksi levyksi.  
 Paista 200 asteessa uunin keskiosassa noin 20 minuuttia.

Kun peltisämpylä on uunissa, niin oppijat siivoavat jälkensä ja tiskaavat astiat. Odotellessa voidaan leikkiä ”minuuttimatematiikkaa”. Ryhmien tekeminen (lajittelu, luokittelu, ryhmittely): Pyydetään oppijoita hakeutumaan samaan ryhmään tietyn ominaisuuden tai lukumäärän perusteella. Esimerkiksi muodostakaa ryhmiä, joissa on kolme lasta, tai muodostakaa ryhmä lapsista, joilla on kuviolliset sukat, joilla on jotain sinistä, ruskeat silmät, nappeja ja niin edelleen.

Lopuksi tulee kiitos ja palkkio, joka on lämmin herkullinen sämpylä jokaisen huulilla. Matematiikkaa on kaikkialla ja sitä kannattaa oppia. Leivottaessa tuli opittua konkreettisesti ja toiminnallisesti mittoja, määriä, tilavuuksia, lämpötiloja, aikaa, muotoja ja niin edelleen.

Yksi tärkeä harjoitus tulee tehdä päivittäin eli muistiharjoitus. Muistaminen tukee kaikkea oppimista. Alkuopetuksessa se voi olla seuraavanlainen: Tee kuvakortteja jokaiselle oppilaalle ja isot taulukortit. Aiheena voivat olla eläimet, koska lapset pitävät yleensä eläimistä. Laita viisi eläinkuvakorttia (kissa, kana, koira, kala, kettu, pupu) taululle. Anna oppijoiden katsoa taulukuvia yhden minuutin ajan. Poista kortit ja pyydä oppijoita tekemään samanlainen rivi pulpetilleen. Käy tarkistamassa ja lopuksi kerro oikea rivi. Oppijat voivat myös vuorollaan

käydä tekemässä muistettavan eläinrivin, ja korttien määriä voidaan vaihdella, että jokainen onnistuu.

### 5.3.3 Matematiikan integrointi muihin oppiaineisiin

Matematiikan integroiminen muihin oppiaineisiin on helppoa, kun on oivaltanut ja silmät ovat auenneet itselle: matematiikkaa on kaikkialla. Matematiikkaa voi kokea ja nähdä ihan missä oppiaineessa tahansa.

Musiikki on kokonaisuudessaan matematiikkaa. Nuotit osoittavat meille, miten musiikki soitetaan ja lauletaan. Nuotin tai sävelen pituus tulee laskea oikein, että saadaan aikaan tuttu sävelmä. Erilaiset rytmit ovat matematiikkaa. Monet musiikin mestarit ovat taitavia myös matemaattisessa ajattelussaan.

Kuvataide voidaan nähdä matemaattisesti. Esim. sininen + keltainen = vihreä ( $a + b = c$ ). Kuvataidetunnilla voidaan antaa tehtävä: Laita paperi pystysuoraan eteesi. Jaa paperi kolmeen osaan vaakasuunnassa. Väritä ylin kolmannes siniseksi, keskimmäinen keltaiseksi ja alin kolmannes vihreäksi. Tässä tuli samalla harjoiteltua hurjasti matemaattista käsitteistöä, jota tulee opetella. Suunnat ovat aluksi vaikeita, mutta konkreettisella tekemisellä ja toistolla ne avautuvat. Jako kolmeen osaan on jo jakolaskun ja murtolukujen pohjustusta. Matematiikan kieltä voi käyttää kaikissa ohjeissa.

Kun äidinkielen alkuopetuksessa opetellaan kirjaimia, voidaan opetukseen yhdistää matematiikkaa vaikka seuraavasti: Haetaan ulkoa puutikkuja. Puutikuista muodostetaan kirjaimia. Kysytään: montako tikkua tarvitset A-kirjaimeen? Tai: näytä, montako tikkua tarvitset. – 3 tikkua. Minkälaisia tikkuja tarvitset? – 2 pitkää ja 1 lyhyt. Muodosta tikuista A-kirjain. Mikä kuvio tai muoto jää A-kirjaimen keskelle? – Kolmio. Matematiikkaa tulee kaikkialla vastaan, kunhan sen oivaltaa (lukumäärä, käsitteet pitkä ja lyhyt, kolmiokuvio ja A-kirjaimen tekeminen). Lapset oppivat monta asiaa A:ta opeteltaessa.

Liikunta on parhaita oppiaineita, joihin matematiikka soveltuu ihan luonnostaan. Esimerkiksi muodostetaan kaksi ryhmää. Ohje: menkää jonoon pituusjärjestyk-

seen. Jonoa kun kääntelee, niin saadaan jonon ensimmäisiä ja viimeisiä sekä keskimmäisiä oppilaita. Kun laitetaan jako kahteen, saadaan puolet koko määrästä. Ykköset koivun luo ja kakkoset kuusen luo. Montako oppijaa on koivujen ryhmässä? – 5. Entä kuusien ryhmässä? – 4. Onko teitä yhteensä parillinen vai pariton luku? Muodostetaan parijono: koivut ja kuuset vierekkäin. Menettekö tasan? – Ei, yksi on yli, eli määrä on pariton. Opettaja voi tulla pariksi parittomalle, ja nyt meitä on parillinen määrä eli 10. Otetaan pallot ja pallotellaan nyt, kun meillä on parit ja meitä on parillinen määrä.

Ympäristötieto: Montako koivua, kuusta ja mäntyä on koulun pihassa? Mitä puita on eniten, mitä vähiten? Mitä muuta voidaan nähdä? Korkein – matalin. Hae yhtä monta koivunlehteä, kuusenneulasta ja männyn käpyä kuin on kutakin puuta koulun pihassa. Etsi ryhmän suurin lehti ja pienin lehti. Mikä on pisin ja mikä lyhin neulanen?

Käsityössä ja puutöissä on paljon matematiikan kieltä ja laskemista. Virkkaa kymmenen silmukkaa. Leikkaa ensin ympyrä koiran pääksi, sitten kaksi korvaa, neljä jalkaa ja soikea vartalo. Mittaa, laske, tee samanlainen ym. Senttimetrit tulevat tutuiksi pituuksien mittaamisessa ja niin edelleen.

Uskontokin voidaan integroida matematiikkaan. Esimerkiksi tehdään yhdessä kangaspaloista kirkko lattialle. Jokainen oppilas valitsee mieluisen värisen kangaspalan. Minkä muotoinen kangaspala on? – Neliö. Minkä muotoinen on kirkko? – Suorakaiteen muotoinen, ja siinä on yksi torni. Nyt rakennetaan yhdessä kirkkoa. Saatte yksi kerrallaan tulla lisäämään oman palasenne kirkon muodon saamiseksi. Nyt kaikilla on oma paikka kirkossa. Vielä rakennetaan torni, niin saadaan kirkko valmiiksi. Missä on sinun paikkasi kirkossa? – Se on oikeassa reunassa ylimmäisellä rivillä oleva sininen neliö. Vie sinne vielä valitsemasi koristekivi.

Näin alkuopetuksessa voidaan hyödyntää matematiikan toiminnallista opetusta kaikissa oppiaineissa, eikä matematiikka ole tylsiä kynä ja paperi -tehtäviä.

#### 5.4 Ohjaava ja valmistava koulutus

*” Mist mää voin tietä, mitä mää tahron, ko en tiär tarkalles eres et ketä mää olen ja mihe must o?*

*Surkkia simmoneki o, et pänttä ittes koval vaival muurariks ja sit huama, et onki allerkinen tiilil ja yliherkkä muurarmestareittein puujalkavitseil.*

*Voiski vaa hiukan koitta sitä ja pikkuse yrittä tota ja kokeilla vähä reunast tom-mostaki –ja siin sivus saara aavistukse omist taipumuksist ja siit, mihe suunta kannattais lähte reippail askelil painelema.”* (Koponen, Mäkelä & Salonen 2010.)

Ammatilliseen perusopetukseen ohjaava ja valmistava koulutus (ammattistartti) on toiminut OPH:n virallisena kokeiluna vuosien 2006 ja 2010 välisenä aikana. Nykyään ammattistarttikoulutus on vakinaista toimintaa. Ammatilliseen peruskoulutukseen ohjaavalla ja valmistavalla koulutuksella on tarkoitus helpottaa siirtymistä perusopetuksesta ammatilliseen koulutukseen ja vähentää keskeyttämisiä tutkintoon johtavien koulutuksien alkuvaiheessa. Opetustoiminnan tarkoituksena on opiskeluvalmiuksien vahvistaminen sekä opiskelumotivaation kasvattaminen muun muassa korottamalla peruskoulun arvosanoja, parantamalla arkielämän taitoja, työharjoittelulla ja selkeyttämällä ammatinvalintaa. Ohjaava ja valmistava koulutus vahvistaa myös opiskelijan valmiuksia ottaa vastuuta ja sitoutua opiskeluun, jolloin on helpompaa noudattaa opiskelun ja työelämän arvoperustan mukaisia sopimuksia ja eettisiä sääntöjä. (Koponen, Mäkelä & Salonen 2010, 6–7.)

Ammattistartti kehitettiin täydentämään niin sanottua nivelvaiheen koulutusta. Lisäopetuksen opetussuunnitelma on joustava ja luo mahdollisuuden yhteistyöhön esimerkiksi juuri ammatillisen peruskoulutuksen kanssa. Keskeistä koulutuksessa on työelämälähtöisyys ja käytännönläheisyys. Koulutus ei ole tutkintoon johtavaa koulutusta, mutta on tavoitteiltaan ja sisällöltään selkeästi ammatilliseen koulutukseen suuntautunutta. Koulutuksen järjestämisessä korostuvat ohjaus, yksilöllisyys, toiminnallisuus ja käytännönläheisyys. Opetuksessa kiinnitetään erityistä huomiota oppimisvalmiuksiltaan ja tavoiltaan erilaisiin opiskelijoihin sekä myös niihin opiskelijoihin, joilla on elämänhallinnan vaikeuksia. (Koponen, Mäkelä & Salonen 2010, 6–7.)

*Tekniikkastartti* on ammattistartin rinnalle räätälöity toiminnalliseen tekemiseen keskittyvä ja siten opettava oppimisympäristö. Opiskelu painottuu käsillä tekemiseen ja sen avulla oppimiseen. Toiminta-ajatuksena tekniikkastartissa on tehdä mahdollisimman monipuolisesti eri tekniikan alojen perusharjoitustöitä, kuten esimerkiksi metalli-, puu-, sähkö- sekä autotekniikkaan liittyviä harjoituksia. Tekniikan alojen harjoitustöiden lisäksi lukuvuoden aikana keskitytään ammattistartin tapaan jatko-opiskeluvalmiuksien parantamiseen ja oman ammatinvalinnan vahvistumiseen. Ryhmäkoko on noin kymmenen opiskelijaa, ja enimmäkseen opiskelijat ovat poikia, mutta koulutus sopii myös teknisistä aloista kiinnostuneille tytöille. Iältään opiskelijat ovat yleensä 15–19-vuotiaita.

Matematiikka on yksi lukuvuoteen kuuluvista ATTO-aineista. Perusopetuksen matematiikkaa kerrataan yhden opintoviikon verran. Monella tekniikkastarttikoulutukseen osallistuvalla opiskelijalla on eritasoisia ja -tyyppisiä oppimisvaikeuksia, joiden vuoksi oppiaineet, kuten juuri esimerkiksi matematiikka on tuntunut vaikealta. Hyvin usein matematiikan osaaminen on heikkoa, eikä sen opiskelminen tunnu mielekkäältä. Moni ajattelee matematiikan oppiaineena, jota ei tarvitse enää koskaan koulusta päästyään. Oppimisvaikeuksista kärsivä opiskelija ei välttämättä edes hahmota eikä osaa ajatella, kuinka keskeisesti matematiikka on osa meidän jokapäiväistä arkeamme. Tästä syystä toiminnallisuuden sisällyttäminen matematiikan opetukseen sekä kiinnostuksen ja ymmärryksen lisääminen on tärkeää ja jopa välttämätöntä. Oppimisvaikeudet lisäävät entisestään nuoren levottomuutta ja koettelevat keskittymiskykyä, ja tämänkin vuoksi toiminnallinen oppiminen on menetelmänä paikallaan. Kun oppija huomaa, kuinka matematiikkaa käytetään jatkuvasti käytännön työtehtäviä hoidettaessa, asennoituminen muuttuu myönteisemmäksi ja ymmärtämys matematiikan opiskelua kohtaan lisääntyy. Seuraavassa luvussa esitellyt esimerkit ovat syntyneet ja niitä on käytetty osana tekniikkastartin lukuvuoden opetusta. Matematiikkaa lasketaan ja kerrataan myös normaaliin tapaan luokassa, mutta esimerkiksi eri alojen tekniset harjoitustyöt antavat hyvän mahdollisuuden matematiikan opiskeluun toiminnallisella tavalla.

## 5.5 Käytännön esimerkkejä ohjaavassa ja valmistavassa koulutuksessa

Matematiikan kertaus ohjaavassa ja valmistavassa koulutuksessa koostuu muun muassa seuraavista osa-alueista:

- peruslaskutoimitukset
- prosenttilaskut
- pinta-alat
- tilavuudet.

Useat edellä mainitut matematiikan osa-alueet esiintyvät päivittäin tekniikkasarttilaisten arjessa erilaisten harjoitustöiden yhteydessä. Seuraavassa on esiteltynä muutama esimerkki siitä, kuinka matematiikan voi siirtää luokkahuoneesta toiminnallisen tekemisen yhteyteen ja näin ehkäistä opiskelijan turhautumista ja parantaa oppimisen onnistumisen edellytyksiä.

### 5.5.1 Peruslaskutoimitukset tikanheiton avulla

Tikanheitto on monelle mieluinen ja tuttu laji. Matematiikan peruslaskutoimitusten kertaaminen onnistuu tikanheiton avulla mukavalla tavalla, eikä kertaamisen aloittaminen vaadi pitkiä alkuvalmisteluja eikä työläitä ennakkosuunnitelmia. Toteuttamistapoja on monia erilaisia: yhteenlaskut, kertolaskut ja niin edelleen. Seuraavassa on kerrottu yksi toteuttamistapa vähennyslaskujen kertaamiseen.

Laaditaan Excel-ohjelmiston avulla taulukko, johon merkitään luku, josta lähdetään vähennyslaskuja laskemaan; esimerkikuvassa luku on 501. Opiskelijat heittävät vuorollaan viisi tikkaa, laskevat päässälaskuna yhteistuloksen ja kirjaavat sen ruudukon tyhjään sarakkeeseen. Tämän jälkeen suoritetaan lukujen vähennyslasku. Laskeminen voi tapahtua päässälaskuna tai paperille laskemalla, laskimen käyttö on kielletty. Saatu vähennyslaskutulos kirjataan seuraavaan tyhjään sarakkeeseen. Näin jatketaan samaa toistaen, kunnes ollaan lukemassa, joka lähestyy nollaa. Lopuksi oppilas pyrkii heittämään tuloksen, joka vähentämällä lopputulos saadaan tasan nollaan. Opettaja tarkistaa suoritettut laskutoimitukset, ja oppilas saa palautteen siitä, kuinka hyvin vähennyslaskutoimitukset ovat onnistuneet.

Laskutoimitusten kertaamisen lisäksi tilanne synnyttää hyviä keskusteluja ja pientä kilpailua opiskelijoiden kesken. Aika kuluu nopeasti, ja opiskelijoilta saadun palautteen mukaan tällä tavalla toteutettuna peruslaskutoimitusten kertaaminen on paljon mieluisampaa.

TIKKAKISA 501/Tekniikkastartti									
501	MIINUS		ON		MIINUS		ON		MIINUS
	ON		MIINUS		ON		MIINUS		ON
	MIINUS		ON		MIINUS		ON		MIINUS
	ON		MIINUS		ON		MIINUS		ON
	MIINUS		ON		MIINUS		ON		MIINUS
	ON		MIINUS		ON		MIINUS		ON
	MIINUS		ON		MIINUS		ON		MIINUS
	ON		MIINUS		ON		MIINUS		ON
	MIINUS		ON		MIINUS		ON		MIINUS
	ON		MIINUS		ON		MIINUS		ON

KUVIO 4. Taulukko

### 5.5.2 Tilavuuden laskeminen mopon korjaamisen yhteydessä

Varsinkin pojille mopot ja muut moottorikäyttöiset menopelit ovat kiinnostuksen kohde. Polttomoottori koostuu useasta eri osasta, ja yksi näistä on sylinteri, jonka halkaisija yhdessä iskunpituuden kanssa määrää moottorin kuutiotilavuuden. Moottorin korjauksen yhteydessä sylinterin halkaisijan mittaaminen on yleinen toimenpide, joka on suhteellisen helppo tehdä. Kun tiedetään korjattavan moot-



torin iskunpituus ja mittaamalla saatu sylinterin halkaisija, voidaan kuutiotilavuus laskea. Samassa yhteydessä voidaan miettiä, kuinka kuutiotilavuus muuttuisi, jos sylinterin halkaisijaa muutettaisiin suuntaan tai toiseen. Yhtä lailla opiskelijalle voidaan antaa tehtäväksi selvittää, kuinka paljon sylinterin halkaisijaa tai iskunpituutta tulisi kasvattaa, jotta  $50 \text{ cm}^3$  kasvaisi esim.  $80 \text{ cm}^3$ :iin. Luokassa tilavuuksia laskiessaan moni ei miellä asioiden yhteyttä, vaan yrittää keskittyä kirjantekijän tai opettajan taululle tekemään laskutoimitukseen.

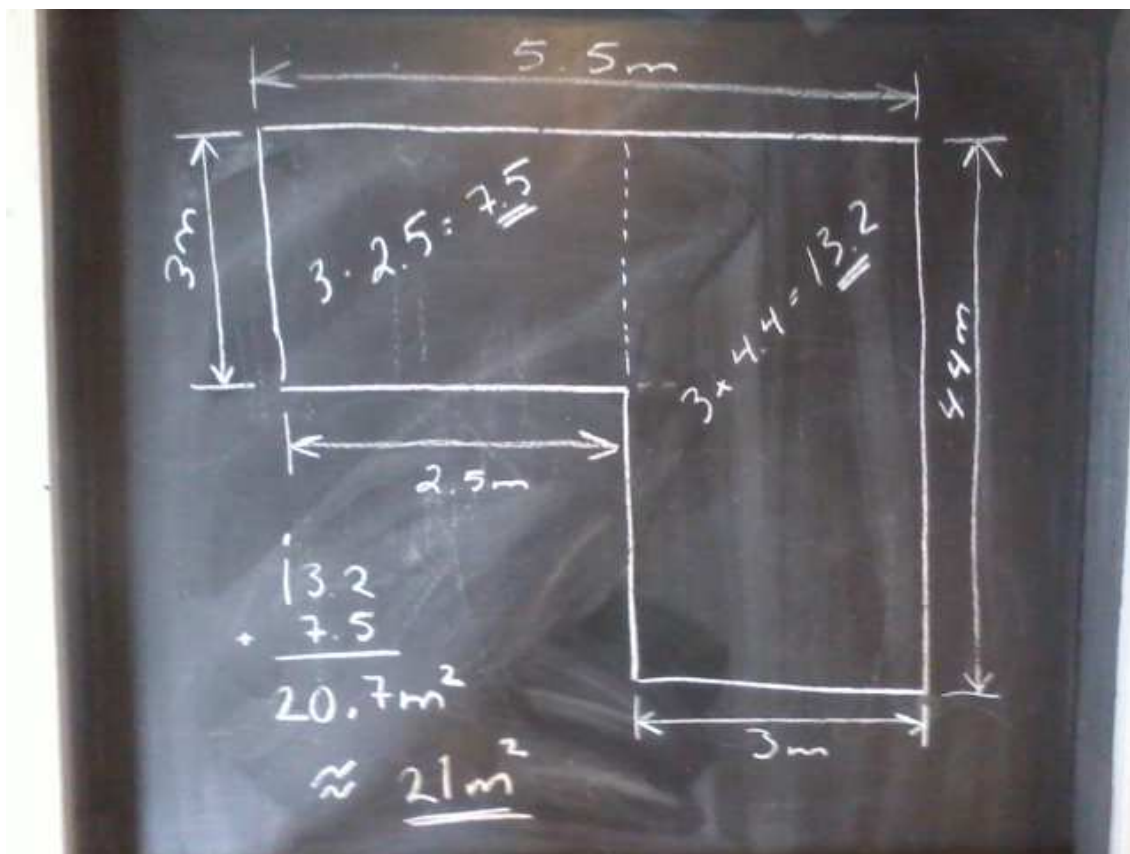


KUVIO 5. Sylinterin mittaaminen

### 5.5.3 Pinta-alojen laskeminen materiaalihankintoja suunniteltaessa

Kustannustehokkuus ja sisäinen yrittäjäyys -ajattelu kuuluvat olennaisena osana opetukseen. Kun materiaalikustannukset nousevat, niin ennakkosuunnittelun merkitys entisestään korostuu, ja siksi niin sanotun hukkatavaran määrä pyritään minimoimaan. Hyvänä pinta-alalaskuja kertaavana esimerkkinä voidaan käyttää tekniikkastartin taukotiloihin puusta rakennetun, maalatun sekä lakatun lattian valmistusta. Työ aloitettiin piirtämällä tilan muoto paperille, minkä jälkeen

suoritettiin mittaukset. Lattian muoto jaettiin muutamaan selkeään, helposti laskettavaan osaan. Jokaisen osion pinta-ala laskettiin yhteen ja niin saatiin kokonaispinta-ala. Kun kokonaispinta-ala oli tiedossa, oli helppo tehdä materiaalihankinnat eikä hukkaa juurikaan jäänyt. Lattian valmistuksessa mukana olleiden opiskelijoiden mielestä laskeminen tällä tavalla oli mielekäästä, ja he kokivat sen tarpeellisenä. Opiskelijat kokivat tekevänsä teknisiä harjoitteita eivätkä niinkään opiskelevansa matematiikkaa.



KUVIO 6. Lattiapinta-alan laskeminen

#### 5.5.4 Prosenttilasku puurakentamisen yhteydessä

Yhtenä rakennusalaan ja puurakentamiseen liittyvänä harjoitustyönä on roska-katoksien valmistaminen. Muovisia omakotitalokäytössä olevia roska-astioita on tavallisesti kahta kokoa, 140- ja 240-litraisia. Valmistettavien roskakatoksien kohdalla tämä tarkoittaa sitä, että suuremman roska-astian katoksen osien mitat ovat 10 % pidempiä kuin pienemmän katoksen. Työtiloissa on mallina katos, joka soveltuu mitoiltaan 140-litraiselle roska-astialle. Hyvä harjoitus ja prosentti-

laskuja kertaava tehtävä on antaa opiskelijalle tehtäväksi valmistaa roskakatos, joka sopii 240-litraiselle roska-astialle. Käytännössähän tämä tarkoittaa sitä, että katoksen jokaisen osan pituus tulee kertoa 1,1:llä, niin saadaan 10 % suurempi katos. Katos koostuu useasta eripituisesta osasta, joten laskemista tulee ihan hyvä määrä ja samalla kasvaa ymmärrys siitä, kuinka saadaan kyseinen 10 % lisää.



KUVIO 7. Roskakatos

## 6 JOHTOPÄÄTÖKSET

Erilaisista, oppimista vaikeuttavista seikoista kärsivien nuorten määrä on lisääntynyt. Johtuuko tämä siitä, että asiasta on alettu keskustella enemmän mm. yhteiskuntatakuun vuoksi? Vai siitä, että arkinen meno on muuttunut sähköpostien ja kännyköiden yleistymisen vuoksi aina vain kiireisemmäksi? Asiaan löytyy varmasti monia mielipiteitä ja näkökulmia.

Perusta matematiikan oppimiselle on luotava alkuopetuksesta lähtien. Matematiikan ajattelua ja ymmärrystä on rakennettava kuin taloa. Jos perusta ei ole kunnossa, niin ennemmin tai myöhemmin talo on käyttökelvoton tai se sortuu. Samoin saattaa käydä matematiikan oppimisessa. Jos matematiikan perusteet jäävät oppimatta, jatkossa ongelmat ja hankaluudet ymmärtämyksen kanssa lisääntyvät. Tämä taas osaltaan edesauttaa sitä, että matematiikka oppiaineena koetaan tylsäksi ja täysin turhaksi. Vaikka todellisuudessa ja jokapäiväisessä arjessa matematiikkaa on ihan kaikkialla ja sitä oikeasti tarvitaan.

Toiminnallisuus sopii matematiikan opetukseen erinomaisesti. Ei täytetä perinteisesti oppikirjan tehtävisivuja vaan panostetaan enemmän toiminnalliseen tekemiseen. Alkuopetuksessa pelataan, muovaillaan, leikitään ja käytetään toimintavälineitä. Ohjaavassa ja valmistavassa koulutuksessa rakennetaan ja valmistetaan erilaisia tekniikan alojen harjoitustöitä. Kaikkeen tekemiseen liittyy laskemista ja suunnittelua, ilman sitä on mahdotonta saada aikaan yhtään mitään.

Tässä hankkeessa esiteltiin muutama tapa kuinka matematiikkaa voidaan kerata sekä opettaa toiminnallisuuden kautta. Ajatukset opettaa matematiikkaa toiminnallisesti, ovat syntyneet perinteisen ”pulpettiopetuksen” kiinnostamattomuudesta. Omat kokemukset erityistä tukea tarvitsevien opiskelijoiden opettajina ja eri lähteisiin perustuva hankkeemme antoi meille selkeän kuvan siitä, että toiminnallisuus ja tekemisen kautta oppiminen on vahva tekijä matematiikan oppimisessa ja ymmärryksen parantamisessa. Se ei poista perinteisen matematiikan opetuksen tärkeyttä, mutta auttaa oppimisvaikeuksista kärsiviä oppilaita ymmärtämään matematiikan käsitteitä ja konkreettisia seurauksia. Ymmärryk-

sen lisääntyminen lisää ja innostaa aiemmin tylsältä ja täysin turhalta tuntuneen matematiikan opiskelua.

Hankkeessa esiteltyjen esimerkkien lisäksi voisi jatkossa miettiä lisää vaihtoehtoisia tapoja opettaa matematiikkaa. Esimerkiksi: Olisiko ammatillisella puolella mahdollisuutta selvittää käytännön harjoitteisiin sisältyvän matematiikan huomiointia osaksi matematiikan kurssia?

*"Mitä varten on koulu?  
Koulu on sitä varten,  
että ihminen oppisi oppimaan,  
että hänessä heräisi tiedonjano,  
että hän oppisi tuntemaan hyvin  
suoritetusta työstä iloa,  
että hän maistelisi luomisen iloa,  
että hän oppisi rakastamaan tekemäänsä – ja  
että hän löytäisi työn,  
jota hän tulee rakastamaan."*

- ALBERT SZENT-GYÖRGYI - (SUOM. SINIKKA RÄTY-ZÁBORSZKY)

## LÄHTEET

Abi-info. Matemaattisten tieteiden laitos. Oulun yliopisto. Saatavissa: <http://math.oulu.fi/muille/abi-info.html>. Luettu 25.5.2012.

Aunio, P. Niilo Mäki Instituutti. LukiMat-verkkopalvelu. Saatavissa: <http://www.lukimat.fi/matematiikka/Vanhemmalle/matemaattiset-oppimisvaikeudet>. Luettu 26.6.2012.

Aunio, P. Hannula, M. M. & Räsänen, P. 2004. Matemaattisten taitojen varhaiskehitys. Teoksessa: Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. 2. uud. p. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto, 198–221.

Haapasalo, L. 1997. Oppiminen, tieto & ongelmanratkaisu. Vaajakoski: Medusa-Software.

Herold, Z. 2003. Matematiikkaa unkarilaisittain -projekti. Matematiikkalehti solmu. Saatavissa: <http://solmu.math.helsinki.fi/2003/unkari/herold/>. Luettu 26.6.2012.

Huhtala, S. Matematiikan oppimisvaikeudet. Jokeriportaali. Saatavissa: <http://www.amiedu.net/jokeri/oppiminen/matematiikkavaikeus.htm>. Opetushallitus.

Ikäheimo, H. & Risku, A.-M. 2004. Matematiikka esi- ja alkuopetuksessa. Teoksessa: Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. 2004. Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.

Kairaluoma, L., Ahonen, T., Aro, M., Kakkuri, I., Laakso, K. Peltonen, M. & Wennström, K. (toim.) 2008. Lukemalla ja tekemällä. Opettajan opas lukivaikeudesta ammatillisille oppilaitoksille. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.

Kauppi, R. 1991. Elinikäisestä kasvatuksesta. Teoksessa: Raivola & Ropo (toim.) Jatkuva koulutus ja elinikäinen oppiminen. Tampereen yliopisto. Kasvatustieteen laitos. Julkaisusarja A: Tutkimusraportti N:o 49.

Kauppila, R. A. 2007. Ihmisen tapa oppia. Johdatus sosiokonstruktiviseen oppimiskäsitykseen. Jyväskylä: PS-kustannus.

Koponen, T. Mäkelä, M. & Salonen, M. 2010 Hyvä startti-ammattilliseen peruskoulutukseen ohjaavan ja valmistavan koulutuksen kokeilun loppujulkaisu. Helsinki: Yliopistopaino.

Lahtinen, A. 2008. Matematiikan aika: mitä on matematiikka? Oppiminen. Yle.fi. Saatavissa: <http://www.oppiminen.yle.fi/artikkeli?id=13391>. Kuunneltu 25.5.2012.

Lampinen, A., Neményi, E. & Oravacz, M. 2011. Opettajan tienviitta 1A. Matematiikka 1a. Varga Nemenyi- yhdistys ry. Helsinki: Itä-Helsingin Monistus Oy.

Lindgren, S. 1997. Voidaanko matematiikan opiskeluasenteita muuttaa? Teoksessa: Räsänen, P. Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 301–315.

Luukkonen, T. 2011. Mitä matematiikka on? Verkkomatematiikka-blogi 7.11.2011. Saatavissa: <http://verkkomatematiikka.blogspot.fi/2011/11/mita-matematiikka-on.html>. Luettu 25.5.2012.

Matematiikan oppimisvaikeudet. Saatavissa: [http://www.ludusoy.fi/?page\\_id=256](http://www.ludusoy.fi/?page_id=256). Luettu 26.6.2012.

Suomisanakirja 2008. <http://suomisanakirja.fi/matematiikka>. Luettu 6.6.2012.

Parkkonen, L. 2003. Matematiikan oppimisvaikeus. Saatavissa: [http://peda.net/veraja/vep/tietoveraja/erilainenoppija/oppimisvaikeudet/matematiikan\\_oppimisvaikeus](http://peda.net/veraja/vep/tietoveraja/erilainenoppija/oppimisvaikeudet/matematiikan_oppimisvaikeus). Luettu 30.6.2012.

Pruuki, L. 2008. Ilo opettaa. Tietoa, taitoa ja työkaluja. Helsinki: Edita.

Rauste-von Wright, M.L., von Wright, J. & Soini, T. 2003. Oppiminen ja koulutus. Helsinki: WSOY.

Repo-Kaarento, S. 2007. Innostu ryhmästä. Miten ohjata oppivaa yhteisöä. Helsinki: Kansanvalistusseura.

Räsänen, P. & Ahonen, T. (2002) Matemaattiset oppimisvaikeudet. Teoksessa: Lyytinen, H. Ahonen, T., Korhonen, T., Korkman, M. & Riita, T. (toim.) Oppimisvaikeudet. Neuropsykologinen näkökulma. Helsinki: WSOY, 191–234.

Räty-Záborszky, S. 2006. Suomalaisten ja unkarilaisten opettajien ja matematiikan oppikirjan tekijöiden käsityksiä geometriasta ja geometrian opetuksesta ja oppimisesta vuosiluokilla 1–6. Joensuu: Joensuun yliopisto.

Seppälä, R. 2002. Matematiikka muutoksen kourissa. Dimensio 66, 8–12. Seinäjoen kaupungin peruskoulun opetussuunnitelma 2012. Saatavissa: <http://koulu.seinajoki.fi/opetustoimi/.opetussuunnitelma.html/39750.pdf>. Luettu 6.6.2012.

Tossavainen, T. & Sorvali, T. 2008. Matematiikka, koulumatematiikka ja didaktinen matematiikka. Tieteessä tapahtuu -lehti. Saatavissa: <http://www.tieteessatapahtuu.fi/038/tossavainensorvali.pdf>. Luettu 25.5.2012.

Tuomela, J. 2009. Matematiikan olemus ja tutkimus – Mitä matematiikka on? Ostiensis 1/2009, 34–37. Joensuun yliopisto. Saatavissa: <http://www.joensuu.fi/viestinta/tiedotuslehdet/ostiensis/ostiensis109.pdf> [www.uef.fi/fysmat/mita-matematiikka-on](http://www.uef.fi/fysmat/mita-matematiikka-on). Luettu 25.5.2012.

Tuomisto, J., 1996. Elinikäisen oppimisen perusteet. Elinikäisen oppimisenmuodot – teoreettiset lähtökohdat ja käytäntö. Teoksessa: Kajanto, A., Tuomisto, J. Elinikäinen oppiminen. Vapaaan sivistystyön 35. vuosikirja. Helsinki: Kirjastopalvelu, 13–45.

Virtuopo.net =

[http://www.virtuopo.net/suomi/opoille/oppimisvaikeudet/matematiikan\\_oppimisvaikeus.html](http://www.virtuopo.net/suomi/opoille/oppimisvaikeudet/matematiikan_oppimisvaikeus.html). Luettu 26.6.2012.

Vuorinen, I. 2001. Tuhat tapaa opettaa: Menetelmäopas opettajille, kouluttajille ja ryhmän ohjaajille. Naantali: Resurssi.